



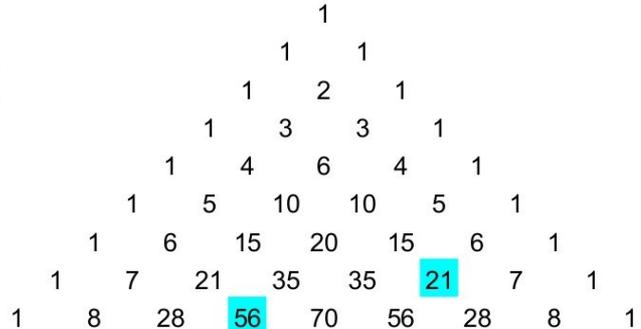
# Kreativwerkstatt Mathematik

## Folge 8, Startidee: Pascalsches Dreieck



### Einleitung

In einem Pascalschen Dreieck ist ein Dreieck, an dessen Rand nur Einsen stehen. Die restlichen Zahlen im Dreieck sind jeweils die Summe der beiden über der Zahl stehenden Zahlen. Die markierte 21 ergibt sich zum Beispiel durch  $15 + 6 = 21$  und genauso ist  $21 + 35 = 56$ .

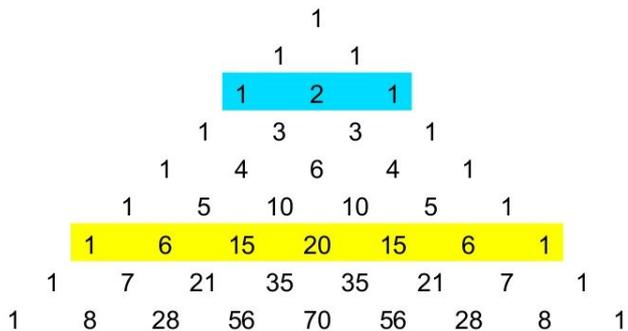


Im Pascalschen Dreieck verstecken sich viele nützliche Dinge, so kann man damit zum Beispiel Terme der Form  $(a+b)^n$  ausklammern:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  kann man in der Zeile mit der 2 ablesen.

Dementsprechend ergibt sich dann aus der Zeile mit der 6:

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$



Auch in der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist das Dreieck sehr nützlich:

Man rechnet hier oft mit Fakultäten, dabei ist  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$  (das „!“ bedeutet *fakultät*). Zum Beispiel ist  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

Zum Berechnen von Wahrscheinlichkeiten benutzt man oft die Formel  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Hier ein Beispiel:  $\binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{(1 \cdot 2) \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3)} = \frac{120}{2 \cdot 6} = \frac{120}{12} = 10$

### Aufgabe

Du kannst jetzt auswählen, was du sein willst:

#### Problemlöser:

Du trittst in die Fußstapfen vorheriger Mathematikerinnen und Mathematiker und versuchst, die gestellten Aufgaben zu lösen.

ODER

#### Problemfinder:

Du versuchst neue Probleme zu finden, vielleicht findest du noch mehr Besonderheiten im Dreieck. Oder du denkst dir ein anderes Muster mit Zahlen aus, zum Beispiel ein Quadrat und findest dort Besonderheiten heraus.

## Alles im Dreieck

Was ist  $(a+b)^3$ ? Kannst du auch  $(a+b)^5$  ausklammern?

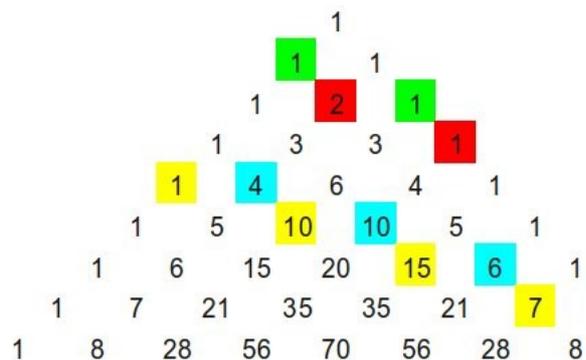
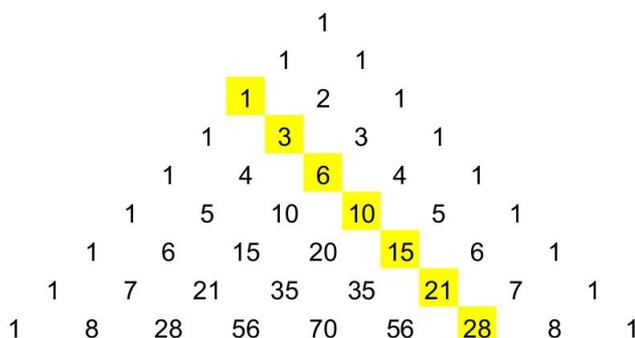
$$\binom{5}{3} = 10 \quad \binom{7}{2} = 21 \quad \text{Wo findest du diese Zahlen im Dreieck wieder?}$$

$$\binom{8}{3} = 56 \quad \binom{8}{5} = 56 \quad \text{Kannst du erkennen, wie man allgemein diese Werte im Dreieck abliest?}$$

$$\binom{6}{0} = 1 \quad \binom{6}{6} = 1$$

$$\binom{6}{1} = 6 \quad \binom{6}{3} = 20$$

Die hier markierten Zahlen sind die *Dreieckszahlen*, wie berechnet man diese ohne Dreieck?



Die Fibonacci-Zahlen berechnen sich wie folgt: Die ersten beiden Zahlen sind jeweils 1. Jede Weitere Zahl kann man berechnen, indem man die letzten beiden Fibonacci-Zahlen addiert, also zuerst  $1+1=2$ , dann  $1+2=3$  usw.

Die ersten 10 Fibonacci-Zahlen sind also 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 und 55.

Was haben diese Zahlen mit den jeweils bunt markierten Diagonalen zu tun?